I modelli statistici delle reti sociali: un'analisi critica

Federico Bianchi

Dipartimento di Scienze Sociali e Politiche,

Università degli Studi di Milano

federico.bianchi1@unimi.it

Questo testo è l'accepted manuscript dell'articolo:

Bianchi, Federico (2022). I modelli statistici delle reti sociali: un'analisi critica. *Sociologia e ricerca sociale*, 128/2022: pp. 35-58. doi: 10.3280/SR2022-128003.

Introduzione

L'analisi delle reti sociali ha ormai raggiunto una posizione di rilievo nel panorama delle scienze sociali, costituendo un solido canone di metodi e tecniche (Light e Moody, 2020). È solo nell'ultimo quindicennio, però, che il suo apparato statistico si è dotato di modelli che consentono di superare la semplice descrizione dei dati osservati, aprendo la possibilità dell'inferenza statistica e, quindi, dello studio dei processi generativi delle reti (si veda Snijders, 2011, per una panoramica complessiva). Se, da un lato, la letteratura statistica sui modelli disponibili è ormai ricca e in continua evoluzione, meno studiato è stato finora il rapporto che questi modelli intrattengono con questioni metodologiche più generali e sulla loro efficacia per lo sviluppo di teorie sociologiche. La valutazione dei modelli elaborati in quanto strumenti di analisi dei meccanismi generativi (Hedström e Bearman, 2009; Manzo, 2021), capaci di rendere conto delle complesse forme di comportamento alla base dei diversi tipi di relazioni sociali, sembra ancora trascurata o, tutt'al più, ridotta all'analisi microscopica dei processi strutturali, a detrimento della *agency* degli attori sociali (es., Stadtfeld e Amati, 2021).

La maggior parte dei modelli statistici delle reti sociali appartiene a due classi: gli *Exponential Random Graph Models* (Lusher et al., 2013) e i *Stochastic Actor-Oriented Models* (Snijders, 2017). Questi modelli rappresentano esplicitamente i processi generativi di una rete *explananda* al livello micro delle variabili relazionali definite tra coppie di nodi, stimando la probabilità che queste si realizzino nei legami empiricamente osservati. L'analisi inferenziale dell'effetto di ogni micro-processo sulla rete *explananda* viene condotta analogamente alla tradizionale analisi multivariata di dati non relazionali, ovvero stimando l'effetto relativo di processi concorrenti. Questi processi stocastici, a loro volta, possono costituire evidenza dell'occorrenza di meccanismi generativi della rete osservata.

Obiettivo di questo articolo è quello di offrire al panorama della ricerca sociologica italiana una finestra sugli sviluppi più recenti e interessanti della modellistica statistica disponibile per l'analisi delle reti sociali, accogliendo gli sviluppi più recenti delle analisi nella letteratura internazionale, che hanno superato la distinzione tra le due classi di modelli, originariamente definita in termini di struttura temporale dei dati a cui applicarli (Snijders e Steglich, 2015; Block et al., 2019). A tal fine, l'articolo si propone di illustrare gli aspetti fondamentali delle due classi di modelli, nella consapevolezza che è dalla comprensione delle strutture matematiche che deve passare la valutazione delle potenzialità analitiche di un modello statistico, al di là di semplificazioni che incapperebbero nel doppio rischio del rifiuto dell'astrattezza formale *tout court* o dell'accettazione acritica dovuta a un malriposto entusiasmo empiristico. Pertanto, l'analisi delle componenti matematiche dei modelli verrà utilizzata in funzione della comprensione metodologica più generale, evidenziando gli assunti e le omissioni per tracciare i confini di possibili campi di applicazione; cercando, così, di evitare che si faccia della modellazione formale, invece che utile strumento analitico, un feticcio (Piselli, 1995; Amaturo, 1997). L'analisi cercherà di mostrare che questi modelli costituiscono un potente strumento per la costruzione di teorie *micro*-fondate della formazione delle reti sociali, presentando, tuttavia, dei limiti legati ad alcuni assunti adottati per esigenza di trattabilità matematica, che restringono variabilmente il campo di applicazione a contesti differenti per tipi di relazioni sociali, orizzonti di razionalità degli attori, disponibilità dell'informazione, ampiezza della rete.

Nel prossimo paragrafo, verranno illustrate le varie forme di *Exponential Random Graph Models* attraverso l'analisi dei possibili assunti di dipendenza stocastica, per poi analizzare le implicazioni dell'algoritmo di simulazione in termini di potere esplicativo. Successivamente, verranno presentati i *Stochastic Actor-Oriented Models* e ne saranno illustrati i vantaggi rispetto alla prima classe di modelli. Infine, si proporrà un'analisi comparativa critica delle due classi, evidenziandone i limiti di applicabilità empirica.

Exponential Random Graph Models

Gli *Exponential Random Graph Models* (ERGM) sono una classe di modelli statistici che rappresenta la struttura globale di una rete sociale in funzione di una combinazione lineare di alcune sue *configurazioni locali*, cioè di particolari sottografi rintracciabili nella rete stessa (Robins et al. 2007; Lusher et al., 2013). La forma generale del modello è descritta dalla seguente funzione di probabilità (Frank e Strauss, 1986; Wasserman e Pattison, 1996; Robins et al., 2007):

$$Pr(X = x|\theta) = P_\theta(x) = \frac{1}{\kappa(\theta)} exp\{\theta_1 z_1(x) + \theta_2 z_2(x) + \cdots + \theta_p z_p(x)\}.$$

(1

Secondo il modello, la distribuzione di probabilità con cui un grafo aleatorio *X* si realizza nella rete osservata *x* è una funzione esponenziale della somma di alcune statistiche specificate $(z_1, z_2, \ldots, z_p)$, ciascuna pesata per un *parametro* $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_p$, moltiplicata per una costante di normalizzazione $\kappa(\theta)$. Ciascuna statistica non è che la frequenza (o una sua funzione) di una specifica *configurazione locale* nella rete *x* (es., diadi complete, triangoli, ecc.).
Sul piano metodologico, l'applicazione di un ERGM a *x* consiste essenzialmente in due passaggi:

1. specifica delle *configurazioni locali*: sulla base dei *meccanismi* ipotizzati a spiegazione di *x*, si ipotizzano alcuni *micro-processi relazionali* generativi di *x* e si assume che la frequenza delle tracce (White, 2008) lasciate da tali processi sia significativamente differente da quella di una rete generata casualmente sulla base dei parametri del modello;
2. stima dei *parametri*: si calcola il vettore di coefficienti che massimizza la probabilità di osservare una rete con le caratteristiche specificate, consentendo la valutazione dell'effetto di ciascun processo relazionale sulla generazione della rete e, quindi, il test statistico.

Si supponga, ad esempio, di voler studiare la formazione di una rete di sostegno sociale tra colleghe/i di un'organizzazione, testando l'ipotesi che i legami di sostegno siano stati influenzati da una norma sociale di reciprocità invalsa tra colleghe/i, che comporti l'obbligazione informale a restituire il sostegno ricevuto. In questo caso, il primo passo consisterebbe nel calcolare la frequenza di diadi complete (*configurazione locale*) come traccia di *micro-processi relazionali* di reciprocità sviluppatisi nel tempo. Quindi, si tratterebbe di valutare in che misura (*parametri*) la frequenza di diadi complete sia significativamente differente da quella emergente da un processo casuale. A questo punto, l'utilizzo di un modello statistico più semplice come, per esempio, un modello uniforme condizionato (es., Holland e Leinhardt, 1976) consentirebbe di appurare se le diadi complete osservate nella rete possano essere attribuite a un processo di reciprocità rispetto a un processo puramente casuale. Tuttavia, questo modello non sarebbe in grado di stabilire se le diadi complete osservate siano dovute all'occorrenza di altri micro-processi relazionali.
Diversamente, si consideri lo studio di una rete di sostegno tra professionisti in uno spazio di *coworking* in cui, applicando un ERGM, fu possibile stimare l'effetto di processi di reciprocità al netto, tra gli altri fattori, di altri processi di *clustering*, di centralizzazione e della compresenza di legami di collaborazione (Bianchi et al., 2018). A un livello di descrizione della rete più superficiale, parte delle diadi complete risultava tale perché uno dei due legami completava anche delle configurazioni triadiche, o il nodo destinatario godeva di un alto livello di centralità o, infine, perché si era osservato un rapporto di collaborazione concomitante. In questo caso, la stima di un ERGM ha consentito di identificare correttamente il peso della reciprocità nella formazione della rete e di non confondere l'esito di processi concomitanti per evidenza di un meccanismo ipotizzato.

Le configurazioni locali, infatti, possono essere annidate le une nelle altre in modo variamente complesso. Proprio la combinazione di queste nel modello, pesate ciascuna per un parametro, consente l'analisi multivariata di *x* e, quindi, la valutazione dell'effetto relativo di ciascun processo generativo *al netto* degli altri. È qui che si presenta il nodo più complicato della modellazione statistica delle reti sociali: a differenza, infatti, dei classici modelli di regressione, la stima di un ERGM non può essere condotta assumendo l'indipendenza reciproca delle osservazioni empiriche (Brandes et al., 2013). Sviluppando l'esempio precedente, si supponga di osservare che *i* abbia aiutato *j* a completare il suo lavoro varie volte nei mesi precedenti la raccolta dei dati, sebbene non fosse formalmente suo compito farlo. Non sarebbe realistico assumere che questi eventi non abbiano influenzato la decisione di *j* di aiutare a sua volta *i* con il suo lavoro in un momento successivo. Sarebbe, cioè, irrealistico assumere che le variabili relazionali X_{ij} e X_{ji} siano indipendenti. Gli ERGM rappresentano il punto di arrivo di alcuni decenni di ricerca della soluzione a questo problema, la cui storia è sintetizzata da Robins e Morris (2007) e Robins e Lusher (2013): ciascuna configurazione locale specificata nell'Equazione 1 comporta uno o più assunti relativi alle forme di dipendenza stocastica tra le variabili relazionali (Pattison e Snijders, 2013) [1].

Modelli bernouilliani

La forma di dipendenza minima postulabile è l'assenza di dipendenza tra le variabili relazionali, che identifica un *modello bernouilliano* (Frank, 1981; Bollobás, 1985). Si assume, in questo caso, che le variabili relazionali siano variabili bernouilliane indipendenti e identicamente distribuite. Quindi, la configurazione locale relativa è — nel caso di un grafo indiretto — la semplice occorrenza di un legame in una diade. Di conseguenza, la probabilità condizionata di *x* è funzione della somma pesata dei suoi legami:

$$P_\theta(x) = \frac{1}{\kappa(\theta)} exp\{\theta_L L(x)\}, \qquad (2$$

dove la statistica $L(x) = \sum_{i<j} x_{ij}$ rappresenta il numero di legami in *x*, mentre θ_L ne rappresenta il relativo parametro.

Modelli di dipendenza diadica

Se si considera un grafo diretto, la forma più semplice di dipendenza propriamente intesa è postulabile tra le due variabili relazionali definite all'interno di una stessa diade. Si definisce, così, un *modello di dipendenza diadica*, in cui le variabili relazionali sono indipendenti a meno che appartengano alla stessa diade: formalmente, la variabile X_{ij} dipende dalla variabile X_{ji} e viceversa, come illustrato nella Figura 1. Questo assunto può rappresentare la tendenza alla reciprocità di alcune relazioni sociali espressive (Rivera et al., 2010), in cui il mutuo riconoscimento della relazione costituisce fonte di compensazione dello scambio sociale implicito (Blau, 1964), evitando disequilibri (Heider, 1958) e la conseguente stimolazione di emozioni sociali negative (Goffman, 1963; tr. It., 2002).

[INSERIRE QUI FIGURA 1. Didascalia: *Assunto di dipendenza diadica.*]

L'assunto di dipendenza diadica permette di costruire la forma più semplice di ERGM di un grafo diretto, definita originariamente "modello p_1" (Holland e Leinhardt, 1981) come prima forma di una più generale classe di modelli (p^*) (Wasserman e Pattison, 1996). Il modello assume la seguente forma:

$$P_\theta(x) = \frac{1}{\kappa(\theta)} \exp\{\theta_L L(x) + \theta_M M(x)\},$$

in cui la statistica $M(x) = \sum_{i<j} x_{ij}\, x_{ji}$ rappresenta la frequenza delle diadi complete (Snijders, 2002).

[1] Per una trattazione più approfondita degli aspetti matematici delle forme di dipendenza e delle configurazioni locali da queste implicate, riconducibile al teorema di Hammersley-Clifford (Besag, 1974), si rimanda a Koskinen e Daraganova (2013).

Modelli markoviani

Un passo verso modelli più realistici è consentito dall'assunto di dipendenza markoviana, la forma più semplice di dipendenza oltre la configurazione diadica (Frank e Strauss, 1986). Si assume che due variabili relazionali siano indipendenti a meno che siano incidenti in uno stesso nodo. Come mostrato nella Figura 2, nel caso di un grafo indiretto, per ogni triade definita dai nodi i, j, h, la variabile X_{ij} dipende dalla variabile X_{jh} e viceversa.
Questo assunto cruciale consente l'analisi di qualsiasi processo in cui lo sviluppo di una relazione tra due attori è influenzato dall'occorrenza di una relazione tra uno di questi e un terzo attore, analogamente a una catena markoviana in un processo stocastico dinamico (Wasserman, 1980). Considerando le due variabili relazionali incidenti su j, rappresentate nella Figura 2 (sinistra), si noti come questo assunto permetta di rappresentare realisticamente il flusso di risorse trasferite da un nodo a un altro, aprendo alla modellazione dei "percorsi" (Wasserman e Faust, 1994). Inoltre, la dipendenza markoviana apre la possibilità di rappresentare l'accumulo di legami incidenti in uno stesso nodo, modellando più efficacemente la dispersione del grado di una rete e la centralità dei nodi (Handcock, 2003; Park e Newman, 2004).
La conseguenza più rilevante della dipendenza markoviana, tuttavia, riguarda la terza variabile relazionale nella triade considerata (Figura 2, destra). Infatti, anche la variabile relazionale X_{ih} dipende condizionalmente dalle variabili X_{ij} e X_{jh}, a loro volta condizionalmente dipendenti l'una dall'altra (Frank e Strauss, 1986). Questa conseguenza consente di modellare il *clustering* di una rete sociale (Wasserman e Faust, 1994), tipico di molte relazioni sociali (Simmel, 1908; tr. It., 2018; Davis, 1970; Newman e Park, 2003). Si pensi, ad esempio, alla tendenza dei legami affettivi a formarsi tra individui con un contatto condiviso a causa delle maggiori opportunità di incontro (Granovetter, 1973), del costo psicologico nel caso di relazioni sbilanciate (Heider, 1958) o alla transitività intrinseca alle relazioni omofiliache (Goodreau et al., 2009). Si pensi, inoltre, al *clustering* di relazioni strumentali come le collaborazioni professionali (es., Newman, 2001; Lazega, 2001; Uzzi e Spiro, 2005), che seguono tendenzialmente la diffusione transitiva di fiducia e reputazione (Buskens e Raub, 2002).

[INSERIRE QUI FIGURA 2. Didascalia: *Assunto di dipendenza markoviana in un grafo indiretto.*]

Come illustrato nella Figura 3, nel caso di un grafo indiretto, le statistiche con cui specificare un modello markoviano sono, in aggiunta a quelle specificate nell'Equazione 2, (a) la frequenza di "stelle" con un numero *k* di legami incidenti sullo stesso nodo (*k-stars*) e (b) la frequenza di "triangoli", presentando la seguente forma:

$$P_\theta(x) = \frac{1}{\kappa(\theta)} exp\{\theta_L L(x) + \theta_{S_2} S_2(x) + \theta_{S_3} S_3(x) + \cdots + \theta_{S_{n-1}} S_{n-1}(x) + \theta_T T(x)\},$$

(3

dove $S_2(x), S_3(x), \ldots, S_{n-1}(x)$ rappresentano le statistiche relative alle stelle con *k* compreso tra 2 e $n - 1$, mentre $T(x)$ esprime la frequenza dei triangoli in x.

[INSERIRE QUI FIGURA 3. Didascalia: *Configurazioni locali in un esempio di modello markoviano: legame singolo, stelle con 2, 3 e 4 legami e triangoli.*]

Nel caso di un grafo diretto, un modello markoviano può essere specificato in molte forme diverse, fino a rappresentare l'intero "*triad census*" (Holland e Leinhardt, 1970). Come illustrato nella Figura 4, le configurazioni a stella possono essere composte da legami in entrata (*in-2-stars*) o in uscita (*out-2-stars*), rappresentando la dispersione dei due tipi di grado, o rappresentare percorsi di lunghezza 2 (*2-paths*), modellando la covarianza tra le due distribuzioni (Snijders, 2002).
Combinando tre *2-paths*, si genera un "ciclo a 3" (*3-cycle*), che può indicare un processo di chiusura ciclica: si pensi, ad esempio, a processi di scambio generalizzato regolati da norme di reciprocità indiretta (Malinowski, 1922; trad. it.,

2011; Lévi-Strauss, 1949; tr. It., 1972; Bearman, 1997). Dalla combinazione di un *2-path*, una *in-2-star* e una *out-2-star* si genera, invece, una "triade transitiva" (*transitive triple*), che può rappresentare un processo di chiusura transitiva, tipico di interazioni tra attori con livelli di *status* o risorse differenti (Blau, 1964), come, ad esempio, le richieste di informazioni all'interno di organizzazioni gerarchiche (es., Lazega, 2001; Agneessens e Wittek, 2012; Lazega et al., 2012).

[INSERIRE QUI FIGURA 4. Didascalia: *Possibili configurazioni locali di un modello markoviano di un grafo diretto.*]

Tuttavia, i modelli markoviani hanno dimostrato di non riuscire a rappresentare adeguatamente il *clustering* di una rete tramite la semplice frequenza dei triangoli. La definizione di queste statistiche, infatti, implica che, per ogni triangolo, aumenti proporzionalmente anche la connessione complessiva della rete. A un valore positivo, ancorché relativamente basso, di θ_T (Equazione 3) la crescita ipertrofica della connessione del grafo non riesce a essere controllata da un valore negativo di θ_L. Il modello subisce, così, una transizione di fase, generando distribuzioni bimodali di grafi a bassa o alta densità, diversamente dai valori intermedi tipici delle reti sociali (Handcock, 2002; Snijders, 2002; Handcock, 2003; Robins e Pattison, 2005; Snijders et al., 2006).
Una parziale soluzione al problema si ottiene assumendo che il grado sia distribuito in modo geometrico e decrescente, al fine di moderare l'effetto esponenziale dei triangoli sulla crescita della connessione, smorzando l'impatto dei nodi con grado maggiore (Snijders et al., 2006; Robins et al., 2007; Robins et al., 2009).

Modelli di circuiti sociali

Per ovviare ai limiti dei modelli markoviani, si assume un'ulteriore forma di dipendenza, estesa al vicinato di una diade. Come illustrato nella Figura 5, l'assunto di "dipendenza da realizzazione" postula che due variabili relazionali X_{ij} e X_{hm} siano tra loro indipendenti a meno che si realizzino le variabili X_{hi} e X_{jm}, configurando un "ciclo a 4" (Pattison e Robins, 2002). Da questo assunto si deriva un *modello di circuito sociale*. Come esempio di applicazione, si pensi alla norma implicita che proibiva cicli a 4 nelle relazioni amorose rinvenuta da Bearman et al. (2004) tra studenti di una scuola secondaria statunitense. Più in generale, un assunto di dipendenza definito in una regione più ampia di una triade permette di cogliere il "radicamento strutturale" degli attori (Granovetter, 1992) in contesti e *foci* sociali (Feld, 1981).

[INSERIRE QUI FIGURA 5. Didascalia: *Assunto di dipendenza da realizzazione.*]

La combinazione di questo assunto con quello di dipendenza markoviana permette di modellare efficacemente il *clustering*. I semplici *2-paths* (Equazione 3) vengono sostituiti (o integrati) dai più complessi "*2-paths* indipendenti alternati", mentre i triangoli dai "triangoli alternati di ordine *k*" (Snijders et al., 2006). Come illustrato nella Figura 6, in entrambe le configurazioni, una coppia i, j condivide un insieme di nodi adiacenti $h_1, h_2, \dots, h_k$, formando complessivamente $k-1$ cicli a 4. Il legame tra *i* e *j*, invece, è condizionato dall'occorrenza dei *k* percorsi di lunghezza 2 che incidono sui due nodi, secondo l'assunto di dipendenza markoviana. Nel caso dei triangoli di ordine *k* (Figura 6, destra), se il legame X_{ij} si realizza, si formano *k* triangoli con base i, j. Nel caso dei *2-paths* indipendenti alternati (Figura 6, sinistra), X_{ij} non si realizza[2]. In entrambi i casi, l'impatto dei cicli a 4 sulla frequenza delle configurazioni è governato in senso geometricamente decrescente da una costante di smorzamento, che può essere specificata con un valore fisso o come un ulteriore parametro stocastico.
Allo stesso scopo, Hunter (2007) ha elaborato definizioni alternative a queste configurazioni, basate sulla modellazione geometrica delle distribuzioni del grado e dei nodi adiacenti condivisi. Nel caso di un grafo diretto, queste configurazioni

[2] Per le definizioni delle statistiche relative a queste configurazioni, si rimanda a Snijders et al. (2006).

assumono varianti ulteriormente complesse: transitive, cicliche o di altra natura, analogamente alle configurazioni del censimento delle triadi (Snijders et al. 2006; Robins et al., 2009).

[INSERIRE QUI FIGURA 6. Didascalia: *Configurazioni locali peculiari di un modello di circuito sociale di un grafo indiretto: triangoli alternati di ordine k e percorsi indipendenti di lunghezza 2 e ordine k.*]

Modelli di selezione sociale

Infine, è possibile assumere la dipendenza di una variabile relazionale anche da attributi dei nodi, definendo *modelli di selezione sociale* (Robins et al., 2001). Considerando un grafo indiretto, un modello di questo tipo può includere una statistica relativa alla variazione del grado di un nodo in base a un certo attributo, ad esempio alla maggiore propensione di un attore a formare legami con altri in base al proprio genere o alla propria età, rilassando, in questo modo, l'omogeneità delle stime dei parametri all'interno dell'insieme dei nodi. Inoltre, statistiche simili possono essere aggiunte per studiare i processi di omofilia, ovvero la tendenza di un attore a stabilire relazioni con altri attori simili in base a certe caratteristiche individuali (McPherson et al., 2001). Nel caso di un grafo diretto, è possibile analizzare l'effetto di specifici attributi nodali differenziando tra il grado in entrata e quello in uscita (Robins et al., 2001).
Un modello di selezione sociale presenta la seguente forma generale:

$$Pr(X = x|Y = y) = \frac{1}{\kappa}\exp\{\theta^T z(x) + \theta_a^T z_a(x, y)\},$$

in cui la combinazione dei termini θ e z rappresenta l'insieme dei processi endogeni esaminati nei paragrafi precedenti – detti anche "effetti strutturali" –, mentre θ_a e z_a rappresentano, rispettivamente, parametri e statistiche relativi a interazioni tra x e gli attributi dei nodi, y.

Simulazione e stima

Per procedere all'analisi multivariata dei processi relazionali assunti in un modello e, quindi, all'inferenza statistica, si procede a calcolare le stime di massima verosimiglianza dei *parametri* θ che massimizzano la probabilità $P_\theta(x)$. In virtù dell'appartenenza degli ERGM ai modelli della famiglia esponenziale, calcolarne la stima di massima verosimiglianza è equivalente a centrarne la distribuzione sulla rete osservata[3] (Lehmann, 1983). Stimare un ERGM, dunque, implica la generazione di una distribuzione di grafi aleatori centrata sulle statistiche delle *configurazioni locali* della rete *x*. In questo senso, la stima di un ERGM consente la comparazione di una rete osservata con le sue possibili configurazioni alternative, individuate all'interno di confini di plausibilità definiti dalle caratteristiche della rete stessa.
A causa dell'interdipendenza assunta tra i dati, la stima di massima verosimiglianza di un ERGM richiede l'utilizzo di tecniche di simulazione computazionale. Al fine di generare la distribuzione *target* di grafi aleatori, si utilizza il metodo Monte Carlo basato su catena markoviana (*Markov Chain Monte Carlo*), implementato, più comunemente, dall'algoritmo Metropolis-Hastings (Chib e Greenberg, 1995). L'algoritmo genera una sequenza di *M* grafi, ciascuno dei quali differisce dal precedente soltanto per lo stato di una variabile relazionale selezionata casualmente. Per un numero sufficientemente alto di *M*, la catena markoviana converge verso grafi che possono essere considerati estrazioni casuali della distribuzione stazionaria della rete. Per ogni grafo della sequenza, l'algoritmo stabilisce se la somiglianza con la rete osservata sia aumentata rispetto al grafo precedente, nel qual caso viene mantenuto nella sequenza e usato come base per la generazione del grafo successivo (Snijders, 2002).
L'algoritmo di simulazione qui illustrato definisce la dinamica al livello *micro* del modello, espressa dalla seguente equazione:

---

[3] Si noti che un modello di circuito sociale con costante di smorzamento stocastica appartiene alla famiglia esponenziale curva e l'equazione momento non è più uguale a un'equazione di massima verosimiglianza (Hunter 2007).

$$Pr\big(x \to x^{\pm ij};\theta\big) = \frac{1}{N(N-1)} \cdot \frac{exp \sum_k \theta_k\, z_k\big(x^{\pm ij}\big)}{exp \sum_k \theta_k\, z_k(x) + exp \sum_k \theta_k\, z_k(x^{\pm ij})} = \frac{1}{N(N-1)} \cdot \frac{exp \sum_k \theta_k\, \Delta z_k\big(x, x^{\pm ij}\big)}{1 + exp \sum_k \theta_k\, \Delta z_k(x, x^{\pm ij})}. \quad (4$$

Questa formulazione *micro* definisce la probabilità di transizione del grafo x allo stato $x^{\pm ij}$, identico a x tranne che per lo stato di X_{ij}. La dinamica di un ERGM dipende, quindi, da due eventi: a) la selezione della variabile relazionale X_{ij}, la cui probabilità è $\frac{1}{N(N-1)}$, dove N è l'ampiezza del grafo; b) il cambiamento di stato di X_{ij}, una volta selezionata. La distribuzione di probabilità stazionaria *macro* del modello *micro* espresso nell'Equazione 4 è, invece, espressa dall'Equazione 1.

Limiti

Gli ERGM consentono un avvicinamento notevole verso un metodo di analisi dei meccanismi generativi delle reti sociali. I vantaggi di questi modelli sono riconducibili, in sintesi, all'assunto di forme di dipendenza tra i dati che, a loro volta, riflettono alcuni processi relazionali tipici di molte relazioni sociali. Ciò permette di ricavare dalle stime dei parametri evidenze relativamente robuste a sostegno dei meccanismi ipotizzati.

Tuttavia, questa inferenza viene condotta nonostante in un ERGM i nodi della rete non siano considerati come attori. Infatti, la dinamica descritta dall'Equazione 4 mostra che l'eventuale transizione di stato di una variabile relazionale X_{ij} viene valutata in isolamento dalle altre variabili relazionali incidenti su i e j; a prescindere, quindi, da eventuali opzioni alternative che i e j potrebbero considerare, se considerati attori in controllo dei propri legami. Se si considerano, ad esempio, le relazioni di amicizia tra studenti di una stessa scuola, la scelta di i di considerare j come amica/o non avviene in un "vuoto sociale," bensì dipende dalle altre persone che i potrebbe considerare amiche. Analogamente, se si analizzano le richieste di consigli professionali all'interno di un'organizzazione, la scelta del(la) collega a cui rivolgersi avviene comparativamente alle altre opzioni disponibili.

La mancata struttura "ad agenti" (Gilbert, 2008; Squazzoni, 2008, 2012) di un ERGM comporta la cattiva rappresentazione di ulteriori forme di dipendenza tra le variabili relazionali, ben illustrate da Block et al. (2019), che si generano laddove si consideri ogni possibile transizione di una variabile relazionale come funzione di un insieme di alternative disponibili agli attori. Di conseguenza, la possibilità di testare direttamente spiegazioni per meccanismi della formazione di reti sociali tramite un ERGM è seriamente limitata. Tuttavia, gli ERGM costituiscono uno strumento fondamentale laddove si cerchi evidenza della prevalenza di alcune configurazioni locali, interpretabili come tracce di un processo sottostante. Inoltre, gli assunti di dipendenza stocastica tra variabili relazionali elaborati per lo sviluppo degli ERGM costituiscono un punto di partenza imprescindibile per l'elaborazione di modelli più realistici.

Stochastic Actor-Oriented Models

Alcuni limiti degli ERGM vengono superati dalla classe di modelli statistici detti *Stochastic Actor-Oriented Models* (SAOM; Snijders 1996, 2001, 2017; Snijders et al., 2010b), conosciuti anche come modelli "SIENA", dal nome del software più comunemente utilizzato per la loro implementazione[4]. La struttura matematica dei SAOM presenta molte similitudini con gli ERGM (Desmarais e Cranmer, 2018; Leifeld e Cranmer, 2019). Ciononostante, i SAOM presentano due differenze fondamentali rispetto agli ERGM, che li rendono più adatti allo sviluppo di modelli realistici di reti sociali: il carattere esplicitamente dinamico del modello e, soprattutto, la struttura "ad agenti".

Per quanto riguarda la prima differenza, i SAOM rappresentano esplicitamente il processo dinamico generativo di una rete. Seguendo il lavoro seminale di Holland e Leinhardt (1977), un SAOM definisce un grafo aleatorio diretto X in

[4] Il nome "SIENA" è l'acronimo di "*Simulation Investigation for Empirical Network Analysis*." La versione più comunemente utilizzata oggi è inclusa nel software `Rsiena` (Ripley et al., 2022).

funzione di un tempo t, rappresentato come un processo markoviano continuo $X(t)$. Per ogni istante t_0, la distribuzione di probabilità condizionata di $X(t)$ per ogni istante futuro $t > t_0$ dipende solo dal suo stato attuale $X(t_0)$. Si assume, inoltre, che tale processo venga osservato empiricamente in un numero discreto M di istanti temporali $x(t_1), \dots, x(t_M)$. Si assume, quindi, che i cambiamenti di stato delle variabili relazionali tra due osservazioni avvengano a istanti casuali e inosservati (Snijders, 2001). Analogamente a quanto già proposto da Coleman (1964), questo assunto rappresenta l'evoluzione di un grafo nel tempo scomponendo la complessità di possibili cambi di stato simultanei delle variabili relazionali in un numero discreto di processi fondamentali. Infatti, il modello assume che il tempo intercorso tra due osservazioni di una rete, $t-1$ e t, sia scomponibile in un numero potenzialmente infinito di istanti temporali consecutivi, i cosiddetti "*mini-steps*," durante i quali un nodo può modificare lo stato delle variabili relazionali in uscita. Di conseguenza, a ogni *mini-step* solo un nodo può essere selezionato per possibili cambiamenti e, quindi, può essere valutato il cambiamento di non più di una variabile relazionale.

Per quanto riguarda la seconda differenza — di rilevanza ancora maggiore —, i SAOM rappresentano la formazione, il mantenimento e la distruzione di un legame come esito di una scelta operata dai nodi, rappresentati, quindi, come *agenti*. Ogni agente controlla, dunque, lo stato delle variabili relazionali di cui è mittente, ovvero della propria rete personale in uscita (Snijders et al., 2010b). Il processo stocastico, dunque, considera ogni variabile relazionale come annidata nella rete personale di un agente. Per queste ragioni, i SAOM condividono molte caratteristiche essenziali dei modelli ad agenti (Gilbert 2008; Squazzoni, 2008, 2012) e tali sono considerati da una buona parte della comunità scientifica che li ha sviluppati e che li applica (es., Snijders e Van Duijn, 1997; Snijders et al., 2010b; Snijders e Steglich, 2015; Bianchi et al., 2020; Stadtfeld et al., 2020; Steglich e Snijders, 2022; Renzini et al., 2022).

Il modello è costituito da due componenti fondamentali: l'una regola la frequenza delle scelte degli agenti e, quindi, la struttura di opportunità dei cambiamenti di stato delle variabili relazionali; l'altra determina i cambi di stato delle variabili relazionali in base alle opzioni di scelta disponibili agli agenti. Queste due componenti sono espresse da due funzioni diverse, che vengono eseguite consecutivamente ad ogni *mini-step*: una *funzione di tasso* e una *funzione obiettivo* (Snijders, 2017).

Per quanto riguarda la struttura di opportunità, a ogni istante temporale t un agente viene selezionato casualmente affinché valuti la modifica dello stato corrente di una delle variabili relazionali di cui è mittente. La *funzione di tasso* determina, quindi, il tempo di attesa di ogni agente tra due opportunità di cambiamento come una distribuzione stocastica poissoniana

$$\lambda_i(\alpha, x),$$

che dipende dal parametro α e dallo stato corrente del grafo $X(t) = x$.

La funzione di tasso può essere specificata in modo tale da essere costante, garantendo a ogni agente la stessa probabilità degli altri di essere selezionato o in modo da far variare la probabilità di selezione in base alla posizione dell'agente nella rete o ad altri parametri (Snijders e Van Duijn, 1997; Snijders, 2001).

Una volta selezionato, *i* sceglie quale azione compiere tra: (a) cambiare lo stato di una delle variabili relazionali di cui è mittente e (b) mantenere lo stato corrente della propria rete personale in uscita. Per fare ciò, per ogni variabile relazionale X_{ij}, *i* calcola il valore della sua *funzione obiettivo* $f_i(x^{(ij\pm)}; \beta)$, che misura l'attrattività per *i* di $X = x^{(ij\pm)}$, cioè lo stato di *X* se X_{ij} assumesse lo stato opposto a quello corrente. In altre parole, per ognuna delle $N-1$ coppie con altri agenti, *i* calcola l'attrattività della formazione di un nuovo legame o, nel caso in cui un legame sussista già, della rottura di questo. L'attrattività della scelta è funzione del parametro β, che rappresenta una combinazione lineare di statistiche di configurazioni locali. Tali configurazioni, chiamate spesso "effetti" nel gergo dei SAOM, sono pesate ciascuna da uno o più parametri, secondo la seguente equazione:

$$f_i(\beta; x) = \sum_k \beta_k \, s_{ki}(x).$$

(5

Successivamente, *i* sceglie il corso d'azione che massimizza l'Equazione 5, sommato a un elemento stocastico, secondo la seguente espressione:

$$f_i(\beta; x) + U_i(t, x, j),$$

con $U_i(t, x, j)$ che rappresenta possibili processi di selezione non osservati, assunti come identicamente e indipendentemente distribuiti per ogni *i*, istante *t*, stato del grafo *x* e agente *j*. Questa componente stocastica è distribuita secondo una curva di Gumbel, come in un modello di utilità aleatoria (Maddala, 1983). Da questo assunto si deduce che la scelta dell'azione da compiere segue la forma di un esperimento aleatorio multinomiale (McFadden, 1973):

$$Pr\{x \to x^{\pm ij}; \beta\} = \frac{exp\left(f_i\left(x^{(ij\pm)}; \beta\right)\right)}{\sum_{h=1}^{n} e\,xp\left(f_i\left(x^{(ih\pm)}; \beta\right)\right)}. \tag{6}$$

Vi è, qui, un elemento importante: la massimizzazione della propria utilità è operata dagli agenti con un orizzonte temporale limitato all'istante immediatamente successivo a quello in cui l'agente viene selezionato. Questa componente del modello riflette un assunto di miopia degli agenti (Snijders, 1996, 2001), nonostante gli sviluppatori dei SAOM abbiano abbandonato questa interpretazione in pubblicazioni più recenti (Snijders et al., 2010b).
Le definizioni delle configurazioni locali sono analoghe a quelle degli ERGM (Desmarais e Cranmer, 2018; Leifeld e Cranmer, 2019) e ne riflettono gli assunti di dipendenza. Snijders (2001), ha dimostrato che la distribuzione limite di un SAOM, ancorché per certi valori della funzione di tasso raramente applicati, equivale a un ERGM.
A differenza di un ERGM, invece, il predittore lineare non è definito al livello *macro* della rete, come nell'Equazione 1, ma è espresso direttamente al livello *micro* (Block et al., 2019). Inoltre, la funzione obiettivo, espressa dall'Equazione 5, consente una piena interpretazione dei parametri β_k come *preferenze* degli attori nei confronti dei possibili stati della rete. In questo senso, ogni transizione di stato di una variabile relazionale è interpretabile chiaramente come una scelta multinomiale di un agente, esito della comparazione tra le conseguenze delle diverse opzioni di scelta in termini di soddisfazione attesa all'istante temporale successivo.
L'algoritmo di un SAOM esposto fin qui, nella sua forma più semplice, può essere sintetizzato attraverso il seguente pseudo-codice:

[INSERIRE QUI TABELLA 1. Didascalia: *Pseudocodice dell'algoritmo di simulazione di un SAOM senza attributi nodali*]

La stima dei parametri può essere condotta per mezzo di diversi algoritmi di approssimazione stocastica iterativa, in cui l'evoluzione della rete studiata viene simulata ripetutamente. Il metodo più comunemente utilizzato è il metodo dei momenti (Snijders, 2001), anche nella versione generalizzata (Amati et al., 2015), mediante una versione *ad hoc* dell'algoritmo di Robbins-Monro (Snijders, 2001). Tuttavia, è possibile stimare un SAOM anche attraverso metodi più efficienti, benché più costosi in termini di risorse computazionali, come la stima di massima verosimiglianza (Snijders et al., 2010a) o metodi bayesiani (Koskinen e Snijders, 2007).

ERGM e SAOM: un'analisi comparativa

La differenza tra ERGM e SAOM si è imposta *de facto* nella letteratura empirica in funzione del tipo di dati per cui le due classi di modelli sono stati progettati: *cross-sectional* i primi, di *panel* longitudinali i secondi. Tuttavia, tale differenza è solo parzialmente motivata dalla natura stessa delle due classi di modelli. È indubbio, infatti, che gli ERGM assumano che la rete da modellare rappresenti un sistema sociale in equilibrio, in cui i legami siano sufficientemente stabili perché possano essere considerati il punto di arrivo di un processo dinamico — non esplicitamente rappresentato — che li ha prodotti in un tempo passato indefinito (Robins et al., 2007). Diversamente, i SAOM modellano esplicitamente il processo dinamico continuo di formazione dei legami, considerandolo inosservato se non per alcune osservazioni a istanti di tempo puntuali, cioè possibili *wave* di un *panel* di dati (Snijders, 2001). Ciononostante, analisi recenti hanno sancito finalmente che tale distinzione non ha fondamenti teorici immanenti ai modelli stessi (Snijders e Steglich, 2015; Block et al., 2019; Leifeld e Cranmer, 2019): infatti, da un lato, gli sviluppi degli ERGM consentono ormai l'applicazione di questi modelli anche a dati di *panel* longitudinali[5]; dall'altro, Snijders e Steglich (2015) hanno

[5] Si veda lo sviluppo dei "*temporal ERGM*" (Hanneke et al., 2010) e dei "*separable temporal ERGM*" (Krivitsky e Handcock, 2014).

mostrato come sia possibile il *fitting* di un SAOM a dati *cross-sectional*, assumendo che questi rappresentino un'estrazione dalla distribuzione stazionaria del processo dinamico markoviano sottostante.
La differenza fondamentale tra le due classi di modelli è, invece, da rinvenire nel diverso potere esplicativo. Non sarebbe pienamente corretto sostenere che gli ERGM non modellino esplicitamente processi relazionali al livello *micro*: la versione *micro* di un ERGM, descritta dall'Equazione 5, rappresenta esplicitamente la transizione di stato di una variabile relazionale in funzione di alcune configurazioni locali chiaramente legate a micro-processi relazionali, a loro volta riconducibili a meccanismi causali. La chiave della comparazione, invece, risiede nel fatto che i SAOM, in virtù della propria struttura ad agenti, sono in grado di analizzare i *micro*-processi relazionali come prodotto di scelte di ciascun attore. Quest'ultimo punto genera conseguenze fondamentali sul piano delle forme di dipendenza tra le variabili relazionali.
Lo studio delle forme di dipendenza assunte dai SAOM è relativamente recente (Block et al., 2019), con la parziale eccezione delle analisi compiute da Snijders e Van Duijn (1997) e Snijders (2005). In sintesi, i SAOM sono in grado di rappresentare forme di dipendenza ulteriori rispetto agli ERGM, in ragione del fatto che le variabili relazionali considerate per un possibile cambio di stato sono annidate nelle reti personali dei nodi e non all'interno della struttura globale della rete. Questo processo è dovuto al fatto che la funzione obiettivo espressa dall'Equazione 4 è relativa, per ogni *mini-step*, a un determinato agente. Di conseguenza, la valutazione in termini di configurazioni locali generate dall'eventuale cambiamento viene fatta dalla prospettiva di un solo nodo alla volta, diversamente da come avviene in un ERGM, cioè dalla prospettiva della rete globale.
Da questa importante differenza ne discende un'altra: la struttura ad agenti dei SAOM implica che ogni agente scelga un eventuale cambiamento di una variabile relazionale comparandolo con altre opzioni alternative, inclusa la scelta di non compiere alcun cambiamento. Si tratta, dunque, di una scelta *multinomiale* (McFadden 1973), compiuta comparando i valori della funzione obiettivo di ogni opzione (Equazione 6). Diversamente, in un ERGM il cambiamento di stato di una variabile relazionale è compiuto attraverso un esperimento *binario*. Queste due differenze generano importanti conseguenze sul piano della stima dei parametri e sulla modellazione della distribuzione del grado e del *clustering* (Block et al., 2019), rendendo i SAOM uno strumento più adeguato a testare ipotetici meccanismi generativi di una rete sociale.

Conclusione: limiti dei modelli statistici

Nonostante i vantaggi, alcuni assunti dei SAOM, dovuti alle necessità di trattabilità matematica del modelo per il *fitting* di dati empirici, ne limitano il potere esplicativo. Innanzitutto, modelli che assumono forme di dipendenza markoviana o da realizzazione postulano che gli agenti siano informati dello stato dell'intera rete (Leifeld e Cranmer, 2019; Steglich e Snijders, 2022). Infatti, nonostante gli agenti di un SAOM controllino soltanto le proprie reti personali in uscita, la scelta riguardo alla variabile relazionale da modificare dipende dalla struttura globale della rete.
Il caso più semplice in questione è quello dei processi triadici. In questo caso, affinché un agente *i* possa valutare l'invio di un legame a un agente *j* in virtù dell'esistenza di un percorso di lunghezza 2 $i \to h \to j$, si assume che *i* non conosca soltanto lo stato dei legami che controlla, bensì anche quello della rete personale in uscita da *h*, ovvero che conosca lo stato della propria rete personale definita su 2 gradi di distanza (Snijders et al., 2010b). Ancora più notevole, poi, è il caso dei processi legati alla centralità dei nodi. Si pensi, per esempio, a un modello che assuma una preferenza degli agenti per l'invio di legami ad agenti con alto grado in entrata: in questo caso, *i* possiederebbe informazioni relative a tutti i legami in entrata di *j*, nonostante non esista un terzo agente *h* che faccia da intermediario tra *i* e *j*. Ciò implica che ogni agente abbia a disposizione l'informazione completa dello stato dell'intera rete.
Questo assunto limita l'applicabilità dei SAOM in base alla natura delle relazioni che definiscono la rete, all'ampiezza della rete e al contesto organizzativo o istituzionale in cui questa si è formata. Se, da un lato, appare legittimo assumere che i membri di una stessa classe scolastica possano essere al corrente delle relazioni di amicizia di ciascun(a) altra/o compagna/o di classe, risulta meno realistico applicare lo stesso assunto a una rete di scambio di informazioni professionali tra professionisti concorrenti come, invece, fatto da Snijders e Steglich (2015). Oppure, anche nel caso delle relazioni di amicizia, se la rete si estendesse all'intera scuola, l'alto numero di nodi renderebbe chiaramente irrealistico il controllo dell'informazione relativa all'intera rete.
In secondo luogo, gli agenti decidono dello stato delle loro reti personali massimizzando le proprie preferenze relative. Anche in questo caso risulta accettabile, a certe condizioni, che le scelte relative a relazioni affettive, che richiedono dei costi materiali e psicologici di mantenimento, risultino da un processo di bilanciamento di costi e benefici, per quanto non necessariamente consapevole (Snijders, 1996; Snijders et al., 2010b; Block et al., 2019; Leifeld e Cranmer, 2019).

Ancora più convincente è l'applicazione di questo processo decisionale a relazioni strumentali come, ad esempio, collaborazioni professionali, sebbene queste mal si adattino, in molti contesti, all'assunto di informazione perfetta illustrato nei capoversi precedenti. Ben più difficile, invece, l'applicazione a relazioni cognitive come, ad esempio, la percezione di *status* o abilità. Si considerino, ad esempio, i lavori di Grow et al. (2016) e De Gioannis et al. (2022), in cui si stimò la tendenza di studenti delle scuole secondarie a citare sproporzionatamente compagni di classe di genere maschile o del gruppo etnico maggioritario tra gli studenti migliori: in entrambi i casi le analisi furono condotte tramite ERGM, che non assume il calcolo dell'utilità di mantenimento di un legame che, in questo caso, rappresenta una percezione. Infine, ancora meno credibile è questo assunto se applicato a relazioni di simpatia che non richiedono un reale investimento materiale o psicologico, come nel contesto dei social media.

D'altra parte, il processo decisionale razionale nei SAOM risulta difficilmente adatto persino allo studio di relazioni sociali frutto di razionalità strategica (Leifeld e Cranmer, 2019). Infatti, come illustrato nel corso dell'articolo, in conseguenza del processo dinamico markoviano gli agenti ottimizzano le proprie preferenze in senso miope (Snijders, 1996): questo impedisce la rappresentazione di processi in cui gli agenti costruiscano consapevolmente relazioni investendo risorse in un orizzonte di medio o lungo periodo come, ad esempio, l'investimento razionale in capitale sociale (Lin et al., 2001; Coleman, 1990) o lo sfruttamento imprenditoriale di vuoti strutturali (Burt, 1992). Altrettanto problematica risulta l'applicazione a relazioni frutto di apprendimento di segnali cooperativi come, ad esempio, i legami di fiducia negli scambi economici, dal momento che gli agenti di un SAOM non conservano memoria degli stati passati della rete. Nello studio citato precedentemente, Bianchi et al. (2018) modellarono la formazione delle relazioni di fiducia tramite un ERGM, agnostico rispetto alla linearità dell'evoluzione dei legami: un SAOM, diversamente, avrebbe assunto che la probabilità che due individui instaurassero nuovamente un legame di fiducia dopo averne rotto uno in passato fosse uguale a quella tra due individui privi di relazioni passate.

Inoltre, l'impossibilità per i SAOM di modellare cambiamenti di stato simultanei delle variabili relazionali impedisce la rappresentazione di processi di coordinamento, che richiederebbero l'allineamento delle preferenze degli agenti e la convergenza su cambiamenti simultanei, impedendo, così, la modellazione di processi pienamente rappresentabili come reti sociali dinamiche, come l'azione collettiva (Leifeld e Cranmer, 2019). Più in generale, la perfetta sequenzialità delle scelte decisionali impedisce la modellazione di processi di influenza sociale scatenati da eventi critici (*tipping points*) generativi di decisioni a cascata, come, ad esempio, nei modelli di comportamento collettivo che assumono preferenze-soglia (es., Granovetter, 1978).

Infine, il processo decisionale da cui scaturiscono i cambiamenti nella rete è uguale per tutti gli agenti. Infatti, la funzione obiettivo di ogni agente (Equazioni 5 e 6) è identica a quella degli altri. Se, da un lato, l'omogeneità nei processi decisionali viene mitigata dalla possibilità di modificare l'intensità delle proprie preferenze in base a certi attributi nodali, analogamente ai modelli di selezione sociale (Snijders et al., 2010b), le funzioni obiettivo di tutti gli agenti sono specificate secondo le stesse configurazioni locali che, a loro volta, sono pesate dagli stessi coefficienti, stimati omogeneamente all'interno dell'intero insieme di nodi della rete. Questo limita fortemente la possibilità di modellare la formazione di una rete sociale in base a un'eterogeneità di processi decisionali: si pensi, ad esempio, a quanto la propensione a scambiare informazioni vari in base alla distribuzone delle risorse o dello *status* all'interno di un'organizzazione (Bianchi et al., 2020).

L'analisi proposta fin qui delinea, in conclusione, un accenno a una possibile geometria di campi di applicazione dei modelli statistici in funzione dei diversi tipi di relazioni sociali osservate e di euristiche cognitive attraverso cui un individuo agisce. Da un lato, questa conclusione chiama in causa l'assenza persistente di una metateoria delle relazioni sociali che delinei delle ontologie a cui orientare l'applicazione degli strumenti statistici, tuttora troppo limitata a riflessioni precedenti gli sviluppi di cui si è cercato di dare conto in questo articolo (es., Fiske, 1991; Ibarra, 1992). Dall'altro lato, è necessario prendere sul serio il concetto di "meccanismi generativi", modellando la complessità dei processi di scelta che fanno dei nodi di una rete dei veri e propri *agenti* e non solo dei punti in un grafo: in altre parole, ricucire il nesso tra comportamento individuale e dinamica delle reti sociali. È soprattutto qui che può venire in soccorso la notevole flessibilità teorica e tecnica dei modelli ad agenti (Squazzoni, 2012; Bianchi e Squazzoni, 2015), in grado di rappresentare efficacemente agenti dotati di forme decisionali eterogenee e dinamiche complesse di *feedback* tra livelli *micro* e *macro* di una rete (Bianchi et al., 2020).

Riferimenti bibliografici

F. Agneessens, R. Wittek (2012), «Where do intra-organizational advice relations come from? The role of informal status and social capital in social exchange», *Social Networks*, XXXIV, 3, pp. 333-45. https://doi.org/10.1016/j.socnet.2011.04.002

V. Amati, F. Schönenberger, T.A.B. Snijders (2015) «Estimation of stochastic actor-oriented models for the evolution of networks by generalized method of moments», *Journal de la Société Française de Statistique*, CLVI, 3, pp. 140-65.
E. Amaturo (1997), *Premessa all'edizione italiana*, in J. Scott, *L'analisi delle reti sociali*, Roma, La Nuova Italia Scientifica, pp. 9-21.
P.S. Bearman (1997), «Generalized exchange», *American Journal of Sociology*, CII, 5, pp. 1383-415. https://doi.org/10.1086/231087
P.S. Bearman, J. Moody, K. Stovel (2004), «Chains of affection: the structure of adolescent romantic and sexual networks», *American Journal of Sociology*, CX, 1, pp. 44-91. https://doi.org/10.1086/386272
J. Besag (1974), «Spatial interaction and the statistical analysis of lattice systems», *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, XXXVI, 2, pp. 192-225. https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1974.tb00999.x
F. Bianchi e F. Squazzoni (2015), «Agent-based models in sociology», *Wiley Interdisciplinary Research: Computational Statistics*, VII, pp. 284-306. https://doi.org/10.1002/wics.1356
F. Bianchi, N. Casnici, F. Squazzoni (2018), «Solidarity as a byproduct of professional collaboration: social support and trust in a coworking space», *Social Networks*, LIV, pp. 61-72. https://doi.org/10.1016/j.socnet.2017.12.002
F. Bianchi, A. Flache, F. Squazzoni (2020), «Solidarity in collaboration networks when everyone competes for the strongest partner: a stochastic actor-based simulation model», *The Journal of Mathematical Sociology*, XLIV, 4, pp. 249-66. https://doi.org/10.1080/0022250X.2019.1704284
P.M. Blau (1964), *Exchange and Power in Social Life*, New York, Wiley.
P. Block, C. Stadtfeld, T.A.B. Snijders (2019), «Forms of dependence: comparing SAOMs and ERGMs from basic principles», *Sociological Methods & Research*, XLVIII, 1, pp. 202-39. https://doi.org/10.1177/0049124116672680
B. Bollobás (1985), *Random Graphs*, London, Academic Press.
U. Brandes, G. Robins, A. McCranie, S. Wasserman (2013), «What is network science?», *Network Science*, I, 1, pp. 1-15. https://doi.org/10.1017/nws.2013.2
R.S. Burt (1992), *Structural Holes: The Social Structure of Competition*, Cambridge, Harvard University Press.
V. Buskens, W. Raub (2002), «Embedded trust: control and learning», *Advances in Group Processes*, XIX, pp. 167-202. https://doi.org/10.1016/S0882-6145(02)19007-2
S. Chib, E. Greenberg (1995), «Understanding the Metropolis-Hastings algorithm», *The American Statistician*, IL, 4, pp. 327-35. https://doi.org/10.1080/00031305.1995.10476177
J.S. Coleman (1964), *Introduction to Mathematical Sociology*, New York, Free Press.
J.S. Coleman (1990), *Foundations of Social Theory*, Cambridge, Harvard University Press; tr. It., *Fondamenti di teoria sociale*, Bologna, Il Mulino, 2005.
J.A. Davis (1970), «Clustering and hierarchy in interpersonal relations: testing two graph theoretical models on 742 sociomatrices», *American Sociological Review*, XXXV, 5, pp. 843-51. https://doi.org/10.2307/2093295
E. De Gioannis, F. Bianchi, F. Squazzoni (2022), «Gender stereotypes in the classroom: a network study on self and peers' ability attribution among high-school students in Italy». Working paper.
B.A. Desmarais, S.J. Cranmer (2018), *Statistical Inference in Political Networks Research*, in J.N. Victor, A.H. Montgomery e M. Lubell (a c. di), *The Oxford Handbook of Political Networks*, New York, Oxford University Press, pp. 203-19.
S.L. Feld (1981), «The focused organization of social ties», *American Journal of Sociology*, LXXXVI, 5, pp. 1015-35. https://doi.org/10.1086/227352
A.P. Fiske (1991), *Structures of Social Life: The Four Elemental Forms of Social Relationships*, New York, Free Press.
O. Frank (1981), «A survey of statistical methods for graph analysis», *Sociological Methodology*, XII, pp. 110-55. https://doi.org/10.2307/270740
O. Frank, D. Strauss (1986), «Markov graphs», *Journal of the American Statistical Association*, LXXXI, 395, pp. 832-42. https://doi.org/10.1080/01621459.1986.10478342
N. Gilbert (2008), *Agent-Based Models*, London, Sage. https://doi.org/10.4135/9781412983259
E. Goffman (1963), *Behavior in Public Places: Notes on the Social Organization of Gatherings*, New York, Free Press; tr. It., *Il comportamento in pubblico. L'interazione sociale nei luoghi di riunione*, Torino, Einaudi, 2002.
S.M. Goodreau, J.A. Kitts, M. Morris (2009), «Birds of a feather, or friend of a friend? Using exponential random graph models to investigate adolescent social networks», *Demography*, XLVI, 1, pp. 103-25. https://doi.org/10.1353/dem.0.0045
M.S. Granovetter (1973), «The strength of weak ties», *American Journal of Sociology*, LXXVIII, 6, pp. 1360-80. https://doi.org/10.1086/225469
M.S. Granovetter (1978), «Threshold models of collective behavior», *American Journal of Sociology*, LXXXIII, 6, pp. 1420-43. https://doi.org/10.1086/226707
M. Granovetter (1992), *Problems of Explanation in Economic Sociology*, in N. Nohria e R.G. Eccles (a c. di), *Networks and Organizations: Structure, Form and Action*, Brighton, Harvard Business School Press, pp. 25-67.
A. Grow, K. Takács, J. Pál (2016), «Status characteristics and ability attributions in Hungarian school classes: an exponential random graph approach», *Social Psychology Quarterly*, LXXIX, 2, pp. 156-67. https://doi.org/10.1177/0190272516643052

M.S. Handcock (2002), *Statistical Models for Social Networks: Inference and Degeneracy*, in R. Breiger, K. Carley e P. Pattison (a c. di), *Dynamic Social Network Modeling and Analysis: Workshop Summary and Papers*, Washington, D.C., National Academies Press, pp. 229-40.
M.S. Handcock (2003), «Assessing degeneracy in statistical models of social networks», Working Paper no. 39, Center for Statistics and the Social Sciences, University of Washington.
S. Hanneke, W. Fu, E.P. Xing (2010), «Discrete temporal models of social networks», *Electronic Journal of Statistics*, IV, pp. 585-605. https://doi.org/10.1214/09-EJS548
P. Hedström, P. Bearman (a c. di) (2009), *The Oxford Handbook of Analytical Sociology*, Oxford, Oxford University Press.
F. Heider (1958), *The Psychology of Interpersonal Relations*, New York, Wiley. https://doi.org/10.1037/10628-000
P.W. Holland, S. Leinhardt (1970), «A method for detecting structure in sociometric data», *American Journal of Sociology*, LXXVI, 3, pp. 492-513. https://doi.org/10.1086/224954
P.W. Holland, S. Leinhardt (1977), «A dynamic model for social networks», *The Journal of Mathematical Sociology*, V, 1, pp. 5-20. https://doi.org/10.1080/0022250X.1977.9989862
P.W. Holland, S. Leinhardt (1981), «An exponential family of probability distributions for directed graphs», *Journal of the American Statistical Association*, LXXVI, 373, 33-50. https://doi.org/10.1080/01621459.1981.10477598
D.R. Hunter (2007), «Curved exponential family models for social networks», *Social Networks*, XXIX, 2, pp. 216-30. https://doi.org/10.1016/j.socnet.2006.08.005
H. Ibarra (1992), *Structural Alignments, Individual Strategies, and Managerial Action: Elements towards a Network Theory of Getting Things Done*, in N. Nohria e R. Eccles (a c. di), *Networks and Organizations: Structure, Form and Action*, Boston, Harvard Business School Press, pp. 165-88.
J. Koskinen, G. Daraganova (2013), *Dependence Graphs and Sufficient Statistics*, in D. Lusher, J. Koskinen e G. Robins (a c. di), *Exponential Random Graph Models for Social Networks. Theory, Methods, and Applications*, New York, Cambridge University Press, pp. 77-90. https://doi.org/10.1017/CBO9780511894701.009
J.H. Koskinen, T.A.B. Snijders (2007), «Bayesian inference for dynamic social network data», *Journal of Statistical Planning and Inference*, CXXXVII, 12, pp. 3930-38. https://doi.org/10.1016/j.jspi.2007.04.011
P.N. Krivitsky, M.S. Handcock (2014), «A separable model for dynamic networks», *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, LXXVI, 1, pp. 29-46. https://doi.org/10.1111/rssb.12014
E. Lazega (2001), *The Collegial Phenomenon: The Social Mechanisms of Cooperation among Peers in a Corporate Law Partnership*, New York, Oxford University Press.
E. Lazega, L. Mounier, T. Snijders, P. Tubaro (2012), «Norms, status and the dynamics of advice networks: a case study», *Social Networks*, XXXIV, 3, pp. 323-32. https://doi.org/10.1016/j.socnet.2009.12.001
E.L. Lehmann (1983), *Theory of Point Estimation*, New York, Wiley. https://doi.org/10.1007/978-1-4757-2769-2
P. Leifeld, S.J. Cranmer (2019), «A theoretical and empirical comparison of the temporal exponential random graph model and the stochastic actor-oriented model», *Network Science*, VII, 1, pp. 20-51. https://doi.org/10.1017/nws.2018.26
C. Lévi-Strauss (1949), *Les structures élémentaires de la parenté*, Paris, Presses Universitaires de France; tr. It., *Le strutture 13ikelihood della parentela*, Milano, Feltrinelli, 1972.
R. Light, J. Moody (a c. di) (2020), *The Oxford Handbook of Social Networks*, New York, Oxford University Press. https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780190251765.001.0001
N. Lin, K.S. Cook, R.S. Burt (a c. di) (2001), *Social Capital: Theory and Research*. London, Routledge.
D. Lusher, J. Koskinen, G. Robins (a c. di) (2013), *Exponential Random Graph Models for Social Networks. Theory, Methods, and Applications*, New York, Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511894701
G.S. Maddala (1983), *Limited-Dependent and Qualitative Variables in Econometrics*, Cambridge, Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511810176
B. Malinowski (1922), *Argonauts of the Western Pacific: An Account of Native Enterprise and Adventure in the Archipelagoes of Melanesian New Guinea*, London, Routledge & Kegan Paul; tr. It., *Argonauti del Pacifico occidentale: riti magici e vita quotidiana nelle società 13ikelihoo*, Torino, Bollati Boringhieri, 2011.
G. Manzo (a c. di) (2021), *Research Handbook on Analytical Sociology*, Cheltenham, Elgar. https://doi.org/10.4337/9781789906851
D. McFadden (1973), *Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior*, in P. Zarembka (a c. di), *Frontiers in Econometrics*, New York, Academic Press, pp. 105-42.
M. McPherson, L. Smith-Lovin, J.M. Cook (2001), «Birds of a feather: homophily in social networks», *Annual Review of Sociology*, XXVII, pp. 415-44. https://doi.org/10.1146/annurev.soc.27.1.415
M.E.J. Newman (2001), «Clustering and preferential attachment in growing networks», *Physical Review E*, LXIV, 2, n. 25102. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.64.025102
M.E.J. Newman, J. Park (2003), «Why social networks are different from other types of networks», *Physical Review E*, LXVIII, 3, n. 036122. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.68.036122

J. Park, M.E.J. Newman (2004), «Statistical mechanics of networks», *Physical Review E*, LXX, 6, n. 066117. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.70.066117
P. Pattison, G. Robins (2002), «Neighborhood-based models for social networks», *Sociological Methodology*, XXXII, 1, pp. 301-37. https://doi.org/10.1111/1467-9531.00119
P. Pattison, T. Snijders (2013), *Modelling Social Networks: Next Steps*, in D. Lusher, J. Koskinen e G. Robins (a c. di), *Exponential Random Graph Models for Social Networks. Theory, Methods, and Applications*, New York, Cambridge University Press, pp. 287-301. https://doi.org/10.1017/CBO9780511894701.026
F. Piselli (1995), *Reti sociali e comunicative*, in F. Piselli (a c. di), *Reti. L'analisi di network nelle scienze sociali*, Roma, Donzelli, pp. IX-LXXIV.
R.M. Ripley, T.A.B. Snijders, Z. Boda, A. Vörös, P. Preciado (2022), *Manual for SIENA version 4.0 (version June 1, 2022)*, Oxford, University of Oxford, Department of Statistics; Nuffield College.
M.T. Rivera, S.B. Soderstrom, B. Uzzi (2010), «Dynamics of dyads in social networks: assortative, relational, and proximity mechanisms», *Annual Review of Sociology*, XXXVI, pp. 91-115. https://doi.org/10.1146/annurev.soc.34.040507.134743
G. Robins, P. Elliott, P. Pattison (2001), «Network models for social selection processes», *Social Networks*, XXIII, 1, pp. 1-30. https://doi.org/10.1016/S0378-8733(01)00029-6
G. Robins, M. Morris (2007), «Advances in exponential random graph (p*) models», *Social Networks*, XXIX, 2, pp. 169-72. https://doi.org/10.1016/j.socnet.2006.08.004
G. Robins, P. Pattison (2005), *Interdependencies and Social Processes: Generalized Dependence Structures*, in P.J. Carrington, J. Scott e S. Wasserman (a c. di), *Models and Methods in Social Network Analysis*, Cambridge, Cambridge University Press, 192-214. https://doi.org/10.1017/CBO9780511811395.010
G.L. Robins, P.E. Pattison, Y. Kalish, D. Lusher (2007), «An introduction to exponential random graph models for social networks», *Social Networks*, XXIX, 2, pp. 173-91. https://doi.org/10.1016/j.socnet.2006.08.002
G. Robins, P. Pattison, P. Wang (2009), «Closure, connectivity and degree distributions: exponential random graph (p*) models for directed social networks», *Social Networks*, XXXI, 2, pp. 105-17. https://doi.org/10.1016/j.socnet.2008.10.006
G. Simmel (1908), *Soziologie*, Leipzig, Duncker & Humblot; tr. It., *Sociologia*, Milano, Meltemi, 2018.
T.A.B. Snijders (1996), «Stochastic actor-oriented models for network change», *The Journal of Mathematical Sociology*, XXI, 1-2, pp. 149-72. https://doi.org/10.1080/0022250X.1996.9990178
T.A.B. Snijders (2001), «The statistical evaluation of social network dynamics», *Sociological Methodology*, XXXI, 1, pp. 361-95. https://doi.org/10.1111/0081-1750.00099
T.A.B. Snijders (2002), «Markov chain Monte Carlo estimation of exponential random graph models», *Journal of Social Structure*, III, 2, pp. 1-40.
T.A.B. Snijders (2005), *Models for Longitudinal Network Data*, in P.J. Carrington, J. Scott e S. Wasserman (a c. di), *Models and Methods in Social Network Analysis*, New York, Cambridge University Press, pp. 215-47. https://doi.org/10.1017/CBO9780511811395.011
T.A.B. Snijders (2011), «Statistical models for social networks», *Annual Review of Sociology*, XXXVII, pp. 131-53. https://doi.org/10.1146/annurev.soc.012809.102709
T.A.B. Snijders (2017), «Stochastic actor-oriented models for network dynamics», *Annual Review of Statistics and Its Application*, IV, pp. 343-63. https://doi.org/10.1146/annurev-statistics-060116-054035
T.A.B. Snijders, J. Koskinen, M. Schweinberger (2010b) «Maximum 14ikelihood estimation for social network dynamics», *The Annals of Applied Statistics*, IV, 2, pp. 567-88. https://doi.org/10.1214/09-AOAS313
T.A.B. Snijders, G.G. van de Bunt, C.E.G. Steglich (2010b), «Introduction to stochastic actor-based models for network dynamics», *Social Networks*, XXXII, 1, pp. 44-60. https://doi.org/10.1016/j.socnet.2009.02.004
T.A.B. Snijders, P.E. Pattison, G.L. Robins, M.S. Handcock (2006), «New specifications for exponential random graph models», *Sociological Methodology*, XXXVI, 1, pp. 99-153. https://doi.org/10.1111/j.1467-9531.2006.00176.x
T.A.B. Snijders, C.E.G. Steglich (2015), «Representing micro-macro linkages by actor-based dynamic network models», *Sociological Methods & Research*, XLIV, 2, pp. 222-71. https://doi.org/10.1177/0049124113494573
T.A.B. Snijders, M. Van Duijn (1997), *Simulation for Statistical Inference in Dynamic Network Models*, in R. Conte, R. Hegselmann e P. Terna (a c. di), *Simulating Social Phenomena*, Berlin, Springer, pp. 493-512. https://doi.org/10.1007/978-3-662-03366-1_38
F. Squazzoni (2008), *Simulazione sociale. Modelli ad agenti nell'analisi sociologica*, Roma, Carocci.
F. Squazzoni (2012), *Agent-Based Computational Sociology*, Chichester, Wiley. https://doi.org/10.1002/9781119954200
C. Stadtfeld, V. Amati (2021), *Network Mechanisms and Network Models*, in G. Manzo (a c. di), *Research Handbook on Analytical Sociology*, Cheltenham, Elgar, pp. 432-52.
C. Stadtfeld, K. Takács, A. Vörös (2020), «The emergence and stability of groups in social networks», *Social Networks*, LX, pp. 129-45. https://doi.org/10.1016/j.socnet.2019.10.008

C.E.G. Steglich, T.A.B. Snijders (2022), *Stochastic Network Modeling as Generative Social Science*, in K. Gërxhani, N. de Graaf e W. Raub (a c. di), *Handbook of Sociological Science. Contributions to Rigorous Sociology*, Cheltenham, Elgar, pp. 73-99. https://doi.org/10.4337/9781789909432.00012
B. Uzzi, J. Spiro (2005), «Collaboration and creativity: the small world problem», *American Journal of Sociology*, CXI, 2, pp. 447-504. https://doi.org/10.1086/432782
S. Wasserman (1980), «Analyzing social networks as stochastic processes», *Journal of the American Statistical Association*, LXXV, 370, pp. 280-94. https://doi.org/10.1080/01621459.1980.10477465
S. Wasserman, K. Faust (1994), *Social Network Analysis: Methods and Applications*, New York, Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511815478
S. Wasserman, P. Pattison (1996) «Logit models and logistic regressions for social networks: I. An introduction to Markov graphs and p*», *Psychometrika*, LXI, 3, pp. 401-25. https://doi.org/10.1007/BF02294547
H.C. White (2008), *Identity and Control: How Social Formations Emerge* (2a ed.), Princeton, Princeton University Press.